О Т З Ы В

официального оппонента
о диссертации Новиковой Ольги Викторовны
"Исследования нелинейного комплексного дифференциального уравнения
в частных производных, обладающего парой Лакса" ,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа О.В.Новиковой посвящена исследованию солитонных решений уравнения

$$\bar{p}_t - ip_{xx} + 2ip(p^2 + \bar{p}^2) = 0,$$

полученного научным руководителем автора при анализе пары Лакса (L, A), порождающей двумерную систему $\phi_x = L\phi$, $\phi_t = A\phi$ с операторами, удовлетворяющими так называемому условию нулевой кривизны $L_t - A_x = [L, A]$ в случае, когда оператор L не содержит дифференцирований, а является матричным (в этом случае первое уравнение системы оказывается уравнением Дирака). Для поиска решений этого уравнения автор применил все многообразие известных методов (метод бегущих волн, метод Хироты, тест Пенлеве и использование уравнений Пенлеве, метод автомодельных решений), что дало ему возможность построить довольно богатый набор решений.

Полученные семейства решений зависят от функциональных параметров (в ряде случаев – три произвольные функции), что позволяет оценивать полученные результаты как достаточно общие. В работе для каждого метода проведены тщательные вычисления с разбором всех возможных случаев, что представляет собой довольно серьёзную техническую задачу. Поскольку сами методы достаточно нетривиальны и для своего применения требуют полноценного понимания круга вопросов гораздо более широкого, чем исследуемый, автор, вне всякого сомнения, выполнил большую, сложную и содержательную работу и продемонстрировал высокую научную квалификацию.

Первая глава посвящена обзору тематики, связанной с солитонными решениями нелинейных уравнений. Обзор является достаточно полным и содержит ясные и четкие формулировки постановок задач и методов, которые не только обосновывают актуальность работы, но и позволяют понимать, без возникновения недомолвок и недоразумений, основной текст диссертации.

Вторая глава содержит изложение основных результатов. В первом параграфе воспроизведен вывод уравнения как уравнения для операторного условия постоянной кривизны с линейными по λ решениями. Во втором – получено представление этого же уравнения и как обеспечивающего условие Лакса для того же оператора L.

В третьем параграфе получено решение типа бегущей волны, они представляют собой гиперболические функции от линейной функции независимых переменных. В четвертом параграфе методом Хироты получено решение экспоненциального и дробно-экспоненциального типа. Эти решения содержат по нескольку произвольных числовых параметров, определяющих линейную функцию от независимых переменных и коэффициенты.

Более сложным и содержащим более объемные результаты является пятый параграф, в котором уравнение анализируется с помощью теста Пенлеве и строятся решения в виде ряда Лорана с различными вариантами особенностей (типа полюса). Здесь решение задается уже через три произвольные функции одной переменной, что задает достаточно богатый класс: изучаемое комплексное уравнение второго порядка эквивалентно системе из двух уравнений второго порядка, решение которой, вообще говоря, должно выражаться через четыре произвольные функции.

Практически половина диссертации – это параграф 2.6 (вообще говоря, его имело бы смысл выделить в отдельную главу, хотя бы из соображений объёма), в котором строятся автомодельные решения уравнения $f_t + f_{xx} + f_x^2 = 0$ и соответствующие им решения исходного уравнения. Связь между исходным уравнением и тем, для которого ищутся автомодельные решения, устанавливается целым рядом замен переменных и использованием некоторых упрощающих предположений.

Все автомодельные решения выражаются через решение достаточно сложного обыкновенного дифференциального уравнения, которое в свою очередь представляется формальными рядами. Здесь обнаруживается изобилие разных случаев (определяемых соотношением порядка особенности и параметра k, фигурирующего в уравнении): сначала 9, из которых не приводящими к противоречию и не дублирующими друг друга остаются только два; потом эти два ветвятся далее, все они детально разобраны и затем систематизированы в таблицах на стр. 95-97 и 109-111. Каждый из полученных рядов содержит по одному свободному коэффициенту, так что семейства решений получаются однопараметрическими.

Все полученные автором результаты являются новыми. Их обоснование приводится полностью и достаточно убедительно.

Замечания.

- Не очень удачно назван параграф "Поиск автомодельных решений" , лучше было бы назвать "Метод автомодельных решений" , поскольку как автомодельные ищутся не решения исходного уравнения, а решения уравнения, к которому исходное сводится, а такое название, как приведено в диссертации, прочитывается, естественно, как поиск автомодельных решений того уравнения, которое и рассматривается.

- В работе несколько раз говорится об "эквивалентности" операторного уравнения того или иного сорта (Лакса, нулевой кривизны и т.д.) системе линейный уравнений, что является, вообще говоря, не вполне корректным: операторное уравнение – не уравнение, а условие, при выполнении которого линейная система является разрешимой. Эквивалентность же в строгом смысле слова означает, что решения одного уравнения ставятся в соответствие решениям другого, чего в данном случае нет в принципе. Конечно, понятно, что речь идет о слэнге, но тогда имело бы смысл отметить как-то в тексте условность использования термина "эквивалентность".

- В параграфе 2.2 на стр. 41 автор утверждением называет некое высказывание, содержащее слово "возможно" : "Справедливо и обратное утверждение: если уравнение обладает парой Лакса, то, возможно, его можно представить в виде уравнения нулевой кривизны." Хотя формально истинность

такого высказывания можно обсуждать, все-таки называть его "утверждением" не вполне корректно. Это – не утверждение, а чрезвычайно важный и полезный эвристический принцип, и так его и надо формулировать.

- В формулировках теорем 5 (стр. 54) и 6 (стр. 59), представляя решение, заданное через произвольные функции, автор не указывает, вещественные они или комплексные. Судя по контексту, они вещественные, но само уравнение – комплексное, и поэтому вещественность следовало бы оговаривать.

Перечисленные замечания не влияют на общую оценку работы, которая, безусловно, является законченным исследованием, в котором автор полностью решил поставленную перед ним задачу. Основные результаты диссертации своевременно и полностью опубликованы в ведущих рецензируемых журналах, в том числе из "Перечня" ВАК. Работа прошла полноценную апробацию на многих семинарах и конференциях. Автореферат полностью и правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа О.В.Новиковой удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук,
доцент,
профессор кафедры дифференциальных уравнений
Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова А.В.Боровских

Адрес: 119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, МГУ,
механико-математический факультет, кафедра дифференциальных уравнений
Телефон: +7-(495)-939-16-31.
E-mail: bor.bor@mail.ru

Подпись Боровских А.В. заверяю
специалист по кадрам
/Земляненко Н.В./